



作成者：吾妻広夫

## 練習問題

パウリ行列  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  は次のように定義される。

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

また、パウリ  $X$  基底ベクトルは次で与えられる。

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

パウリ  $Y$  基底ベクトルは次で与えられる。

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad |-i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (3)$$

パウリ  $Z$  基底ベクトルは次で与えられる。

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

1. 以下が成立することを示しなさい。

$$X|+\rangle = |+\rangle, \quad X|-\rangle = -|-\rangle \quad (5)$$

2. 以下が成立することを示しなさい。

$$Y|i\rangle = |i\rangle, \quad Y|-i\rangle = -|-i\rangle \quad (6)$$

3. 以下が成立することを示しなさい。

$$Z|0\rangle = |0\rangle, \quad Z|1\rangle = -|1\rangle \quad (7)$$

4.  $\langle 0|+\rangle$ 、 $\langle 1|+\rangle$ 、 $\langle 0|-\rangle$ 、 $\langle 1|-\rangle$ 、 $\langle 0|i\rangle$ 、 $\langle 1|i\rangle$ 、 $\langle 0|-i\rangle$ 、 $\langle 1|-i\rangle$ 、 $\langle +|i\rangle$ 、 $\langle -|i\rangle$ 、 $\langle +|-i\rangle$ 、 $\langle -|-i\rangle$  を求めなさい。