



作成者：吾妻広夫

## 練習問題

ビット反転チャンネルとして、以下の変換を考える。

$$\rho \rightarrow \rho' = (1-p)\rho + pX\rho X, \quad 0 \leq p \leq 1 \quad (1)$$

ただし、 $\rho$  は 1-qubit の任意の密度行列とする。また、

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

とする。

密度行列  $\rho$  に対する状態  $|\psi\rangle$  の忠実度  $F(\rho, |\psi\rangle)$  を以下で定義する。

$$F(\rho, |\psi\rangle) = \langle \psi | \rho | \psi \rangle \quad (3)$$

1.  $\rho = |0\rangle\langle 0|$  とする。このとき、 $\rho'$  はどのような形で与えられるか、 $2 \times 2$  行列表現で答えなさい。また、 $F(\rho', |0\rangle)$ 、 $F(\rho', |1\rangle)$  を求めなさい。ただし、

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

とする。

2.  $\rho = |+\rangle\langle +|$  とする。このとき、 $\rho'$  はどのような形で与えられるか、 $2 \times 2$  行列表現で答えなさい。また、 $F(\rho', |+\rangle)$ 、 $F(\rho', |-\rangle)$  を求めなさい。ただし、

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

とする。