解答

作成者：吾妻広夫

1. 以下の表から明らかである。

B	$\bar{B}$	$B+\bar{B}$	$B-\bar{B}$
1	-1	0	2
-1	1	0	-2

2. 上の表から、必ず、$B+\bar{B}=0$ が成立するとわかる。よって、以下を得る。

$$A(B+\bar{B})+\bar{A}(B-\bar{B})=\bar{A}(B-\bar{B}) \tag{1}$$

   $B-\bar{B}=\pm 2$ なので、上式の右辺も ± 2 となる。

3. 上の問いの結果より、

$$-2 \leq \langle A(B+\bar{B})+\bar{A}(B-\bar{B})\rangle \leq 2, \tag{2}$$

   と分かる。ただし、$\langle AB\rangle$ とは、AB の平均値を意味する。A も B も確率変数なので平均を取ることができる点に注意する。よって、以下を得る。

$$-2 \leq \langle AB+A\bar{B}+\bar{A}B-\bar{A}\bar{B}\rangle \leq 2 \tag{3}$$

   これは、次のように書いて良い。

$$-2 \leq \langle AB\rangle+\langle A\bar{B}\rangle+\langle \bar{A}B\rangle-\langle \bar{A}\bar{B}\rangle \leq 2 \tag{4}$$

   最終的に以下を得る。

$$|\langle AB\rangle+\langle A\bar{B}\rangle+\langle \bar{A}B\rangle-\langle \bar{A}\bar{B}\rangle| \leq 2 \tag{5}$$