



作成者：吾妻広夫

## 解答

1.

$$\begin{aligned} {}_A\langle\psi|_B\langle 0|U^\dagger U|\phi\rangle_A|0\rangle_B &= {}_A\langle\psi|_B\langle 0|\phi\rangle_A|0\rangle_B \\ &= {}_A\langle\psi|\phi\rangle_{AB}\langle 0|0\rangle_B \\ &= \langle\psi|\phi\rangle \end{aligned} \quad (1)$$

2.

$$\begin{aligned} {}_A\langle\psi|_B\langle\psi|\phi\rangle_A|\phi\rangle_B &= {}_A\langle\psi|\phi\rangle_{AB}\langle\psi|\phi\rangle_B \\ &= (\langle\psi|\phi\rangle)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

3. 上の二つの問いの結果から、以下が成立する。

$$\langle\psi|\phi\rangle = (\langle\psi|\phi\rangle)^2 \quad (3)$$

よって、 $\langle\psi|\phi\rangle$  は、0 または 1 のどちらかである。

$\langle\psi|\phi\rangle = 1$  の場合、 $|\phi\rangle = |\psi\rangle$  となり、明らかに量子状態複製はできていないことになる。 $\langle\psi|\phi\rangle = 0$  の場合、 $|\phi\rangle$  と  $|\psi\rangle$  は直交し合うことになる。これは、 $|\phi\rangle$  と  $|\psi\rangle$  が直交し合う場合にだけ複製ができて、任意の状態  $|\phi\rangle$  と  $|\psi\rangle$  については複製できていないことになる。以上の結果から、任意の状態の量子複製は不可能と結論できる。